

---

## Épreuve de contrôle continu n°1

### Sujet B

---

MARDI 6 FÉVRIER 2024

DURÉE : 45 MINUTES

- Documents, calculettes et échanges par moyens électroniques sont strictement prohibés.
  - Une attention particulière sera portée à la rigueur du raisonnement et à la qualité de la rédaction.
- 

**Exercice 1.** (Question de cours) Soit  $A$  un sous-ensemble de  $\mathbb{R}$ . Rappeler la définition de «  $x \in \mathbb{R}$  adhérent à  $A$  ». On note  $B$  l'ensemble des points adhérents à  $A$ . Montrer que tout fermé  $F$  contenant  $A$  contient également  $B$ .

**Exercice 2.** Pour chacune des parties  $A$  de  $\mathbb{R}$  suivantes, déterminer **en le justifiant** si  $A$  est ouverte, fermée et en calculer l'adhérence, l'intérieur et la frontière, lorsque  $A$  vaut :

a)  $\mathbb{Z}$       b)  $\left\{1 - \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\} \cup \{1\}$       c)  $] - 4, 6]$       d)  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

**Exercice 3.** Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on note  $A_n = \left[-1 - \frac{1}{n}, 1 + \frac{1}{n}\right]$ .

1. Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , l'ensemble  $A_n$  est-il ouvert ? fermé ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer l'ensemble  $A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} A_n$ . Est-il ouvert ? fermé ? Justifier votre réponse.
3. Déterminer l'ensemble  $B = \bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} A_n$ . Est-il ouvert ? fermé ? Justifier votre réponse.